

Andrzej Fuliński

Profesor emeritus
Instytut Fizyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego
Kraków

CZY ISTNIEJE PRZYPADEK? Skąd się biorą tzw. zjawiska losowe

Czy Bóg gra w kości?

(pytanie filozofa)

i tak, i nie...

(odpowiedź fizyka)

Czy jest coś takiego jak przypadek? Przekonałem się, że dla filozofów, i to różnych skądinąd przekonań, a także chyba i dla teologów, jest to zjawisko (byt?) niepokojące i niewygodne, takie nie wiadomo co: jest, choć mogłoby tego nie być, zdarzyło się, a mogło przecież zdarzyć się inaczej. Wydaje mi się, że to właśnie owa przygodność zjawisk przypadkowych powoduje niechęć, co bierze się stąd, iż uzurpują sobie one miejsce prawom (bogom) należne. I jest tak od dawna. Na przykład Pliniusz Starszy pisał tak (*Naturalis Historia* II, 5, 22):

toto quippe mundo et omnibus locis omnibusque horis omnium vocibus fortuna sola invocatur ac nominatur, una accusatur, rea una agitur, una cogitatur, sola laudatur, sola arguitur et cum conviciis colitur, volubilis *** que, a plerisque vero et caeca existimata, vaga, inconstans, incerta, varia indignorumque faulrix. huic omnia expensa, huic feruntur accepta, et in tota ratione mortalium sola utramque paginam facit, adeoque obnoxiae sumus sortis, ut prorsus ipsa pro deo sit qua deus probatur incertus.

Streszczając i pomijając całą retorykę, Pliniusza niepokoi, że miejsce bóstwa (= porządku) zajmuje Fortuna – personifikacja tego, co nieprzewidywalne i niewytłumaczalne¹. Także i „naukowiec nie może

¹ Fortuna – los – mogła być i sprzyjająca, i niesprzyjająca. Natomiast klasyczne helleńskie poglądy przyjmowały, że *kosmos* = porządek (przeciwieństwo chaosu) jest czynni-

znieść myśli o zjawisku, którego nie dałoby się wytłumaczyć, nawet mając do dyspozycji nieograniczoną ilość czasu i pieniędzy”². Jeszcze nie tak dawno za podkreślanie roli przypadku w ewolucji Jacques Monod³ spotkał się z ostrym sprzeciwem – i to z bardzo różnych pozycji – ze strony filozofów, teologów, biologów nawet. A przecież moment nieuprzedzonego zastanowienia się prowadzi do wniosku, że naprawdę jesteśmy wszyscy bytami przygodnymi...

Może więc lepiej by było, gdyby przypadek nie istniał, gdyby to była tylko taka figura stylistyczna? A jeśli jednak istnieje, to co z nim zrobić? I skąd się bierze? I czy może mimo wszystko rządzi nim jakieś prawa fizyki, Natury?

Zauważmy jeszcze, że słowniki filozoficzne rozumieją przypadek jako zjawisko, którego przyczyny nie znamy, a nieznamość ma pochodzić albo ze zbytnej złożoności zagadnienia, albo z braku dostatecznej wiedzy o nim, albo z natury rzeczy. Trzecia możliwość implikuje, że przypadek byłby „zjawiskiem bez przyczyny”, takim, które na coś oddziałuje, ale samo nie podlega żadnym prawom (jako przykład takiego zjawiska bywają podawane fluktuacje próżni kwantowej). Wydaje się, że większość filozofów, teologów, fizyków... tę ostatnią możliwość odrzuca albo *explicite*, albo najczęściej *implicite*. Determinizm oczywiście przeczy jej istnieniu.

Ale, skoro już była o filozofach mowa, zacznijmy przykładowo, od początku.

Οὐδὲν χρῆμα μάτην γίγνεται,
ἀλλὰ πάντα ἐκ λόγου τε καὶ ὑπ' ἀνάγκης
Λεύκιππος

Leukippos z Miletu jest – obok Demokryta – najstarszym twórcą greckiej myśli atomistycznej. Jest też uważany za pierwszego deterministę. Zacytowane powyżej motto jest jedynym zachowanym zdaniem z jego pism. Występujące tu kluczowe terminy można próbować przekładać (przybliżyć?) na rozmaite sposoby, gdyż ich ówczesne rozumienie dziś już nam

kiem dobroczynnym. Dopiero później, w okresie hellenistycznym, tenże porządek zaczął być postrzegany jako coś wrogiego, narzucając na ludzką egzystencję nienaruszalne przeznaczenie.

² Za: M. Heller, *Nowa fizyka i nowa teologia*, Biblos, Tarnów 1992, s. 127.

³ J. Monod, *Chance and Necessity: An Essay on the Natural Philosophy of Modern Biology*, A.A. Knopf, New York, 1971; tenże, *Przypadek i konieczność*, tłum. J. Bukowski, Biblioteka „Głosu”, Warszawa 1979.

umyka. *Logos* tutaj to wyraźnie nie „słowo” (jak u Jana), ale prawo, a z kolei trudno zrozumiały dziś termin *ananke*⁴ oznaczał wówczas – z grubsza – coś w rodzaju woli bogów, później także personifikację tej ostatniej. Słowniki tłumaczą *maten* przez „na próżno, fałszywie”, co jednak chyba nie pasuje dziś do kontekstu („nic nie dzieje się fałszywie”?; dziś powiedzielibyśmy chyba: „nic nie dzieje się bez wyższego sensu”). Spotkałem między innymi następujące tłumaczenia tego fragmentu *O rozumie* Leukipa:

żadna rzecz nie powstaje bez planu, lecz wszystko jest sensowne i konieczne
 nic nie dzieje się bez przyczyny, lecz wszystko z jakiejś racji i konieczności
 nic nie dzieje się przypadkowo, lecz wszystko podług prawa i konieczności

Wybrałem ten właśnie cytat jako motto, gdyż Leukip najsilniej wyraża przekonanie, iż to, co jest, jest zdeterminowane albo prawem (natury?), albo wolą bogów (przeznaczeniem), czyli że żadnych zjawisk przypadkowych (a więc „fałszywych”, nonsensownych) nie ma. Bo już jego uczeń, Demokryt, dopuszcza myśl, iż początkową kreację świata zapoczątkował przypadek (*to automaton*). Oczywiście w tym samym czasie znalazł się inny myśliciel – Empedokles – który w ogóle przypisywał pochodzenie wszelkich zjawisk przypadkowi. Ta rozbieżność zdań joińskich można znaleźć wszystko, co się chce.

Nie zamierzam tu przeprowadzać szczegółowej analizy poglądów kolejnych filozofów na te tematy. Nie wypada jednak nie wspomnieć o Platonie i Arystotelesie, tym bardziej że obaj dopuszczali istnienie zjawisk przypadkowych.

Platon pisze o przypadku niewiele. Najwięcej na ten temat można znaleźć oczywiście w *Timaiosie*. Przede wszystkim należy zauważyć, że Platon (ustami *Timaios*a) uważa, że wszystko istnieje z jakiejś racji i przyczyny („utrzymujemy, że to, co zrodzone, musi pochodzić od jakiejś przyczyny”⁵), i powiada, że wśród przyczyn powinniśmy „rozróżnić te, które wywołują za pośrednictwem działania rozumu skutki dobre i piękne, oraz te, które, pozbawione rozumu, działają za każdym razem

⁴ Dziś „los, przeznaczenie, fatum” (np. w *Słowniku wyrazów obcych i zwrotów obcojęzycznych* W. Kopalińskiego). Zespół anankastyczny w psychiatrii to nerwica natręctw, zespół obsesyjno-kompulsywny, a więc *ananke* ma tu znaczenie przymusu, wymuszonej konieczności.

⁵ III 28b (Cytaty według wydania: Platon, *Timaios*, tłum. P. Siwek, PWN, Warszawa 1986).

siłą przypadku i bez rozważenia”⁶. Dalej Timaios mówi, że „pochodzenie świata jest mieszane: powstał on dzięki połączeniu konieczności z rozumem”⁷ i rozwija szczegółowo ten temat. W zasadzie nie ma tu żadnych bezpośrednich uwag na temat przypadku, są tylko wzmianki o „zmiennych przyczynach” (tych „pozbawionych rozumu”?), niemniej jednak większość interpretatorów sądzi, iż podług Platona świat powstał gdzieś pomiędzy boskim zamiarem i przypadkiem skojarzonym z koniecznością, co by oznaczało, jak sądzę, uwzględnienie wszystkich elementów wymienionych przez Leukipa. Trzeba jednak wspomnieć, iż nie jest jasne, jaki sens u Platona ma termin „przypadek”: wszak wszystko „musi pochodzić od jakiejś przyczyny”.

Arystoteles natomiast wyraźnie rozróżnia zjawiska konieczne i niezupełnie konieczne: „to, co nie może być inaczej”, i „to, co się dzieje na ogół”. Te ostatnie to właśnie zdarzenia przypadkowe lub spontaniczne, przy tym zarówno *tyche* (szczęście, fortuna), jak i *automaton* (przypadek) są zjawiskami codziennymi, pospolitymi. Arystoteles pisze również wyraźnie⁸, że nie wszystko jest lub zdarza się z konieczności: niektóre rzeczy zdarzają się z przypadku. Co więcej, w *Metafizyce* (E 2–3) zauważa, że byt przypadkowy też jest szczególnym rodzajem bytu.

Później zapewne bywało różnie, choć nie napotkałem żadnych istotnie oryginalnych ustaleń. Współcześnie problem determinizm *vs.* przypadek omawia dosyć dokładnie Popper⁹, według którego tylko bardzo nieliczni filozofowie i fizycy – przede wszystkim C.S. Peirce – przyjmowali, iż być może do praw mechaniki trzeba dodać, jako niezależne, prawa przypadku i nieporządku. Warto tu dodać, że Peirce żył w czasach przed odkryciem zjawiska chaosu deterministycznego, a sam Popper o chaosie chyba niewiele wiedział.

Oczywiście techniczne aspekty „przypadku” (teoria rozkładów statystycznych, teoria procesów stochastycznych) interesują matematyków i fizyków, rola przypadku w procesach biologicznych, zwłaszcza w ewolucji – biologów *etc.* W rozlicznych publikacjach, monografiach i opracowaniach popularnych na ten temat nie podejmuje się na ogół kwestii, skąd się owe przypadki biorą ani jaki jest ich status epistemologiczny i ontyczny.

⁶ VII 46e.

⁷ VIII 48a.

⁸ *De interpretatione* I, 9, 8–9.

⁹ K.R. Popper, *Objective Knowledge*, Oxford University Press, Oxford 1979; tenże, *Wiedza obiektywna*, tłum. A. Chmielewski, PWN, Warszawa 1992, rozdz. 6.

PRZYPADEK



Co na to współczesna fizyka? Spróbujmy najpierw określić, choćby z grubsza, co właściwie mamy na myśli, mówiąc, że coś stało się przypadkiem, przez przypadek. Potocznie to, o czym pisałem na samym początku: że zdarzyło się bez konieczności, że mogło pójść inaczej. Nie zastanawiamy się przy tym, czy to coś miało jakieś swoje przyczyny, czy nie. Dobrze ilustruje to film Kieślowskiego, właśnie pod tytułem *Przypadek*, przedstawiający trzy warianty dziejów jednego bohatera, zależne od mniej lub bardziej błahych, przypadkowych okoliczności: ktoś kogoś spotkał albo nie spotkał itp. Tym, którzy filmu nie pamiętają, przypomnijmy:

Witek, student medycyny z Łodzi, po śmierci ojca postanawia wziąć urlop na uczelni i wyjechać do Warszawy. Spóźnia się na dworzec, pociąg już ruszył, Witek usiłuje wskoczyć do wagonu. Od tego momentu jego los przebiega w trzech możliwych wariantach. W pierwszym – udaje mu się wskoczyć i w pociągu spotyka starego komunistę, pod którego wpływem robi następnie karierę jako działacz młodzieżowej organizacji komunistycznej. W drugim – nie wskakuje do pociągu, bije się z usiłującym go zatrzymać strażnikiem kolejowym, za co skazany zostaje na miesiąc robót publicznych. Poznaje wtedy środowisko opozycyjne i podejmuje działalność konspiracyjną. W trzecim wariantcie – nie zdąża wskoczyć do pociągu i nikt go nie zatrzymuje. Wraca na uczelnię, pracuje jako lekarz, żeni się, ma syna, nie zajmuje się polityką¹⁰.

Przypadek w zdarzeniu jednostkowym

Mówimy, że zjawisko $X(t^*)$ zaburzające proces $A(t)$ w chwili $t = t^*$ jest zaburzeniem przypadkowym z punktu widzenia procesu $A(t)$, jeśli nie widzimy bliskich związków pomiędzy A i X , oraz gdy i $A(t)$, i $X(t)$ mają własną dynamikę. Mówi się też, że jest to przecięcie dwu łańcuchów

¹⁰ Za: http://www.culture.pl/pl/culture/artykuly/dz_przypadek_kieslowski.

przyczynowo-skutkowych¹¹. Ta definicja jest bardzo bliska różnym opisom Arystotelesa.

Elementarny przykład: powstanie nowego organizmu, czyli przygodność każdego z nas jako indywiduum. Powstanie nowego organizmu (zygoty) to połączenie dwu komórek (gamet): jajeczka i plemnika. W przypadku ludzi o płci nowego organizmu decyduje to, czy plemnik niesie chromosom *X*, czy *Y*. Plemników są miriady, około połowa z nich to *X*, połowa – *Y*. Który z nich wygra wyścig do jajeczka? Zależy to od wielu przypadkowych czynników: który „wybrał” nieco krótszą drogę, który napotkał jakąś drobną przeszkodę, itp., itd. W moim przypadku wygrał akurat plemnik *Y*, ale równie dobrze mogłoby być inaczej i zamiast mnie mogłaby się urodzić jakaś moja siostra. W ostatecznej konsekwencji dziury w niebie by z tego powodu nie było – rodzi się mniej więcej tyle samo chłopców, co dziewczynek – ale wyobraźmy sobie, że w pewnej rodzinie urodziłby się nie Karol, ale Karolina? Kreationista zapewne powiedziałby, że to niemożliwe, że po prostu Bóg wybrał właściwy plemnik, albo zatrzymał ten niewłaściwy. Istotny jest jednak w tym przykładzie nie problem teologiczny, ale fizyczny (biologiczny): nawet jeśli przyjmiemy interwencję boską, to z ziemskiego punktu widzenia łańcuchów następujących po sobie zdarzeń biologiczno-fizycznych taka interwencja wygląda dokładnie tak samo, jak zdarzenie losowe.

Taki opis jednostkowego „przypadku” jest poprawny, zwłaszcza gdy chodzi o zdarzenia pomiędzy ludźmi, gdzie zresztą akurat mówienie o „przyczynie” (już trochę mniej o „skutku”) ma jakiś sens ze względu na nasze swobodne decyzje. Chodzi jednak o coś innego. Jeśli będziemy obserwować nie pojedyncze zdarzenia (pojedyncza wygrana lub przegrana w ruletce), ale ich duże zbiory, to zaobserwujemy występowanie silnych regularności. Skąd się to bierze? Czy są to jakieś niezależne od fizyki prawa przyrody?

¹¹ Trzeba tu pamiętać, że jest to tylko potoczny sposób mówienia: w fizyce nie ma żadnych „łańcuchów przyczynowo-skutkowych” typu „zawsze i tylko jeśli zachodzi C, zachodzi E”, a wyłącznie ciągi zdarzeń skorelowanych w czasie i przestrzeni. W dodatku ciągi te mogą być „odczytywane” zarówno „w przód”, jak i „w tył”. Filozoficzna analiza przyczynowości również napotyka na trudności – por. np. K. Ajdukiewicz, *Zagadnienia i kierunki filozofii*, IV, 3, Czytelnik, Warszawa 1983. O związkach przyczyna–skutek można co najwyżej mówić sensownie, mówiąc o intencjonalnej twórczości – por. W. Stróżewski, *Dialektyka twórczości*, IV, 2, PWM, Kraków 1983.

Rozkłady losowe¹²

Potocznie sądzi się, że gdy mamy zbiór zdarzeń (wartości) przypadkowych, rozkładają się one wzdłuż tzw. krzywej normalnej, czyli ich rozkład prawdopodobieństwa jest tzw. rozkładem normalnym¹³ (na ogół ma się tu na myśli rozkład dwumianowy lub Gaussa, rzadziej Poissona). Lub, odwrotnie, że właśnie taki charakter rozkładu prawdopodobieństwa świadczy, iż zdarzenia są przypadkowe. Jak zwykle prawdziwość takich stwierdzeń o dosyć ogólnikowym charakterze zależy od tego, jak rozumiemy poszczególne terminy, przede wszystkim zaś, co rozumiemy przez zdarzenie przypadkowe lub wartość przypadkową. Często za przypadkowe uważa się serie zdarzeń (wartości) po prostu bardzo nieregularnych, przy czym im silniejsze nieregularności, tym większy przypadek je wygenerował. Popatrzmy na parę przykładów.

Po pierwsze, ten sam proces fizyczny może wygenerować bardzo różne rozkłady, a raczej, mówiąc poprawniej, wyniki takiego procesu można przedstawić na różne sposoby. Wynik chaotycznych ruchów (zderzeń) molekuł gazu (o zadanej gęstości, składzie i temperaturze) można przedstawić jako gęstości prawdopodobieństwa $P(x)$, gdzie x może być: prędkością (rozkład Gaussa = Maxwella), energią kinetyczną cząsteczki (rozkład wykładniczy = Boltzmana), lub jej energią całkowitą (bardzo różne rozkłady, w zależności od pola zewnętrznego), jej położeniem (rozkład płaski lub np. prawo barometryczne) itd. Z kolei wyniki wielu rzutów kostkami zależą od tego, iloma kostkami rzucamy.

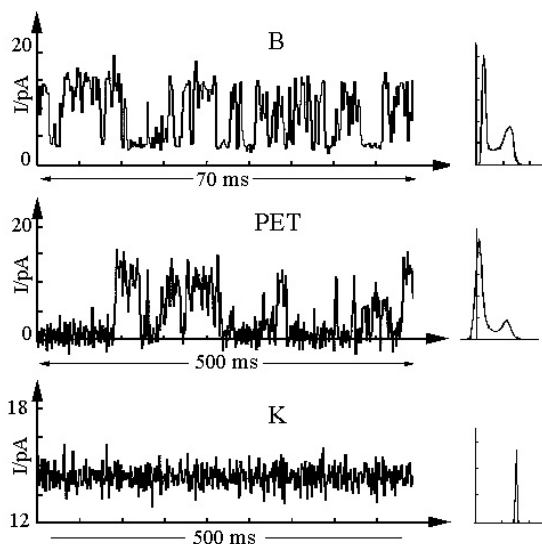
Rzuty jedną kostką, obserwacja jednej ruletki, itp. prowadzą do tzw. rozkładu płaskiego: każda wartość jest tak samo prawdopodobna, rozkład prawdopodobieństwa jest płaski, nie ma uprzywilejowanego miejsca upadku liścia. Innymi słowy, to, co wyniknie z pojedynczego rzutu, z pojedynczej gry, z upadku pojedynczego liścia, jest całkowicie przypadkowe w potocznym sensie tego określenia. Ale już, gdy rzucamy jednocześnie dwiema kostkami i patrzymy na sumę oczek, sytuacja się zmienia: najczęściej – w długich seriach – uzyskamy sumę oczek równą 7, a najrzadziej równą 2 lub 12. Otrzymujemy nierównomierny rozkład prawdopodobieństwa. Im większą liczbą kostek rzucamy jednocześnie, tym ten rozkład staje się bardziej nierównomierny i coraz bardziej zaczyna przy-

¹² O związkach pomiędzy rozkładami prawdopodobieństwa i danymi empirycznymi, zwłaszcza w kontekście teorii kwantów, por.: C.F. von Weizsäcker, *Jedność przyrody*, II, 5, 3, tłum. K. Wolicki, PIW, Warszawa 1978.

¹³ Sam fakt, że w zjawiskach losowych można wykryć jakieś prawidłowości, budzi u niektórych (np. u neognostyków) uczucia *quasi*-mistyczne (por. J. Życiński, *Neognoza jako nowa próba filozofii naukowej*, „Znak” 37 (1985), s. 46.

pominać krzywą Gaussa, czyli właśnie „rozkład normalny”. Z kolei wiele realnych „losowych” procesów ma rozkłady daleko odbiegające od „normalnych”:

1



Rysunek powyższy przedstawia fragmenty trzech serii zmierzonych wartości prądów jonów potasu, płynących przez trzy różne kanały¹⁴, wraz z rozkładami (znormalizowane histogramy) wartości prądów I : (a) to kanał biologiczny (kanały takie znajdują się w każdej żywej komórce, proces pokazany na rys. 1a jest jednym z najważniejszych procesów fizycznych podtrzymujących życie, myślenie...), (b) i (c) to kanały syntetyczne o podobnych rozmiarach, wytrawione w foliach polimerowych (średnice wszystkich kanałów wynoszą w największym miejscu około nanometra). Z wyglądu serie (a) i (b) są podobne, seria (c) – odmienna, lecz wszystkie trzy są silnie nieregularne, „przypadkowe”. Również rozkłady $P(I)$ serii (a) i (b) są podobne, serii (c) – odmienna. Niemniej dokładniejsza analiza tych serii, której szczegółów przedstawiać tu nie będę, pokazuje, że żadna z nich nie jest czysto losowa, nawet seria (c) o rozkładzie zbliżonym do gaussowskiego („normalnego”) – wartości prądów są skorelowane i to na dużych odległościach czasowych, procesy są niemarkowskie, itp., co wskazuje, że procesy odpowiedzialne za przechodzenie jonów przez bardzo wąskie kanały (jony muszą poruszać się „gęsiego” – *in single file*) mają jakieś dodatkowe – poza czynnikiem losowym i dryfem w polu zewnętrznym – składowe deterministyczne.

¹⁴Z. Siwy, A. Fuliński, *Origin of $1/f^\alpha$ noise in membrane channel currents*, Phys. Rev. Lett. 89, 158101 (2002).

Ogólnie rzecz biorąc, wygenerowanie serii czysto losowych o jakimkolwiek zadaniem rozkładzie $P(x)$, to znaczy takich, by wartości x nie były skorelowane (i by spełniały jeszcze parę innych warunków), jest bardzo trudne. Standardowe generatory liczb losowych, sprzedawane w typowych programach komercyjnych, spełniają na ogół takie warunki tylko w bardzo ograniczonym zakresie. Poza tym są to tzw. generatory liczb pseudolosowych, tzn. generatory serii liczb, które po pewnym okresie zaczynają się dokładnie powtarzać¹⁵. Bierze się to stąd, że tak naprawdę takie procedury nie generują kolejnych liczb przypadkowych, lecz liczby będące kolejnymi wartościami jakichś procesów (odwzorowań) chaotycznych.

Można się posługiwać tablicami liczb losowych, będącymi zapisem serii pomiarowych jakichś procesów fizycznych, uważanych za losowe: rzutów kostkami, odstępów czasu pomiędzy kolejnymi rozpadami pierwiastków promieniotwórczych¹⁶, szumu termicznego, itp. Poza oczywistą niedogodnością techniczną (takie tablice z konieczności są krótkie), pojawia się jednak pytanie, skąd wiemy, że wybrany proces fizyczny jest naprawdę czysto losowy?

O tym niżej. Najpierw pomówmy o tym, czy w ogóle pojęcie prawdopodobieństwa jest przydatne w opisie świata, czy też jest to tylko potoczny sposób mówienia, kryjący naszą niewiedzę.

Procesy losowe w fizyce

Pojęcie zdarzenia losowego wprowadzili do fizyki Marian Smoluchowski¹⁷ i Paul Langevin¹⁸. Nowość i oryginalność takiego podejścia polegały na zastąpieniu trudnego problemu dynamicznego przez względnie prosty proces stochastyczny: zjawisko dynamiczne jest traktowane, jak gdyby było częściowo wynikiem rzutu kostką. Idea ta okazała się bardzo owocna i przeniknęła stopniowo wiele dziedzin fizyki, docierając również do chemii, biofizyki i wielu innych dziedzin, w tym ekonomii i finansów

¹⁵ Bardzo dobry generator, obecnie przeze mnie używany, ma okres 2^{120} .

¹⁶ Wiadomo, ile jąder danego izotopu rozpadnie się w przedziale czasu Δt , ale nie wiadomo, które jądra się rozpadną ani jaki interwał czasowy δt dzieli kolejne rozpady. Znamy tylko (empirycznie!) rozkład $P(\delta t)$.

¹⁷ M. Smoluchowski, Boltzmann-Festschrift, Leipzig 1904, pp. 144–157; Bull. Int. Acad. Sci. Cracovie, 477 (1906); Ann. Physik **21**, 756 (1906); por. też S. Chandrasekhar, Rev. Mod. Phys. **15**, 1 (1943).

¹⁸ P. Langevin, C.R. Acad. Sci. Paris **146**, 530 (1908).

(w tej ostatniej dziedzinie pionierem był Bachelier¹⁹). Obecnie liczba samych publikacji cytujących wprost prace Smoluchowskiego i Langevina (sprzed stulecia!) idzie w tysiące, a publikacji, w których używa się równań Smoluchowskiego, Langevina, Fokkera–Plancka, Kołmogorowa, i ich różnych uogólnień, sięga milionów.

Po co się tak postępuje i skąd się bierze tak wielka skuteczność opisu najrozmaitszych zjawisk jako procesów (częściowo) przypadkowych? Na pewno zachętą jest względna prostota takiego formalizmu w porównaniu z próbami bezpośredniego rozwiązywania równań mechaniki.

Nasuwa mi się tu analogia muzyczna. Jak wiadomo, Lutosławski używał w niektórych utworach tzw. aleatoryzmu kontrolowanego. Polega to na tym, iż w partyturze jest zapis, pozwalający (nakazujący) danemu instrumentowi (lub grupie instrumentów) grać przez kilka taktów cokolwiek w zadanych granicach wysokości dźwięków. Pamiętam, jak na jakimś seminarium w Akademii Muzycznej Lutosławski mówił, że mógłby dokładnie zapisać w nutach, co ten instrument ma zagrać, by osiągnąć pożądaną efekt, ale byłoby to bardzo skomplikowane w zapisie i trudne do dokładnego zagrania, a pozwalając muzykowi grać *ad libitum*, kompozytor uzyskuje ten sam efekt w znacznie prostszy sposób, sam muzyk zaś ma większą przyjemność z grania.

Niemniej jednak sama wygoda rachunkowa nie wystarczyłaby, gdyby metoda ta nie dawała naprawdę dobrych wyników – lecz daje! Zwłaszcza gdy badamy procesy skomplikowane, nieliniowe (formalnie oznacza to, że badany proces dzieje się w przestrzeni fazowej o wielu atraktorach). Jak to wygląda i co otrzymujemy w zamian za niewątpliwe uproszczenia opisu? Okazuje się, że podejście takie daje nie tylko wygodę rachunkową, lecz również i możliwość lepszego zrozumienia mechanizmów różnych skomplikowanych procesów, zrozumienia, które inaczej ugrzęzłoby w ogromnej liczbie danych uzyskiwanych z mniej lub bardziej dokładnych rozwiązań mechanicznych równań ruchu (tak się nieraz dzieje obecnie z wynikami z symulacji numerycznych tzw. metodą dynamiki molekularnej). Ponadto w wielu wypadkach jest to obecnie jedyny możliwy opis, już nie ze względów technicznych, ale po prostu z racji nieznamomości wszystkich szczegółów, albo nawet – na przykład w przypadku procesów ekonomicznych – praw rządzących dynamiką zjawisk.

Dobrym modelem, nie tylko pogładowym, lecz i roboczym, jest model kulki poruszającej się w jakimś krajobrazie, po jakiejś płaszczyźnie nachylonej (pochylenie to kierunek czasu, kulka może się poruszać tylko w jedną stronę, nie może iść w górę, tylko w dół). Jeśli powierzchnia jest

¹⁹ L. Bachelier, *Théorie de la speculation*, Ann. Sci. Ecol. Norm. Sup. **17**, 21 (1900).

powyginana, kulka toczyć się będzie wzdłuż doliny, w której się aktualnie znajduje (w najprostszym przypadku pójdzie po linii największego spadku, po drodze kropli wody, w innych po drodze wyznaczonej przez odpowiednią funkcję Lapunowa). Tak mówi sama mechanika i tak by było, gdyby rozpatrywany proces był całkowicie izolowany. Rzeczywiste procesy dzieją się jednak w układach, w których zachodzą obok inne procesy słabo sprzężone z procesem badanym, które możemy traktować jako zaburzenia. Okazuje się, że efekt takich zaburzeń jest podobny do efektu pewnego procesu losowego, przypadkowego, jakiegoś „szumu”. Wtedy zastąpienie wpływu otoczenia przez dobrze dobrany proces losowy (wyśredniowanie wszystkich innych procesów do „szumu”) wydaje się oczywistą strategią, a odpowiednie równania ruchu zastępuje się albo równaniem Langevina:

$$d\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{x},t) dt + \mathbf{G}(\mathbf{x},t) dW(t),$$

gdzie $\mathbf{x}(t)$ jest badanym procesem, $\mathbf{F}(\mathbf{x},t)$ – siłą deterministyczną, $W(t)$ – procesem losowym, a $\mathbf{G}(\mathbf{x},t)$ to sprzężenie procesu $\mathbf{x}(t)$ z procesem losowym²⁰, albo równoważnymi mu cząstkowymi równaniami różniczkowymi Smoluchowskiego lub Fokkera–Plancka na prawdopodobieństwa $P(\mathbf{x},t)$ lub $P(\mathbf{x},\mathbf{v},t)$ ²¹. Z teorii Lapunowa mówiącej o kierunku zachodzenia procesów i ich stabilności wynika, że póki dolina jest głęboka, proces jest praktycznie deterministyczny. Jakiegokolwiek zaburzenia, losowe czy celowe, nie stanowią przeszkody, w zasadzie proces zostanie sprowadzony z powrotem na swój tor. Sprawa się komplikuje, a ściślej mówiąc, robi się interesująca wtedy, gdy taka płaszczyna staje się lokalnie prawie płaska, gdy sąsiednie doliny są oddzielone niewielkimi barierami. Wtedy pod

²⁰ Gnoza w swej dualistycznej wersji interpretuje świat jako wynik gry sił dobra i zła (por. L.H. Martin, *Hellenistic Religions*, Oxford University Press, Oxford 1987). Być może – to już moje prywatne spekulacje – owe dwie siły współczesna fizyka teoretyczna przekłada na konkurencyjność matematycznej konieczności i równie matematycznego procesu losowego – który byłby „dobry”, a który „zły”? Ta „konkurencja” przy bliższym oglądzie okazuje się jednak często raczej „współpracą”.

²¹ W najprostszym przypadku przyjmuje się, że \mathbf{G} jest stałe, a $W(t)$ to proces Wienera (dyfuzja – błędzenie przypadkowe – ruch Browna). Czasami trzeba uwzględnić, zwłaszcza w procesach biologicznych, wpływ sąsiednich procesów deterministyczno-losowych, co znowu można przybliżyć przez odpowiednio dobrane tak zwane szumy nierównowagowe: szumy „kolorowe”, procesy („spacery” lub „loty”) Lévy’ego itp. Ponadto używa się obecnie zmodyfikowanych równań opisujących różne uogólnione procesy dyfuzyjne: Langevina z opóźnieniem czasowym („pamięcią”), Fokkera–Plancka z pochodnymi niecałkowitymi itp.

wpływem małych zaburzeń proces może przechodzić z jednej doliny do drugiej. I tutaj właśnie zaczyna odgrywać rolę przypadek: jeden przypadkowy impuls może przerzucić kulkę np. w prawo, inny – w lewo. Nawiasem mówiąc, różne fragmenty drogi, na jakiej zachodzi proces: zarówno wymuszony kierunek deterministyczny, jak i czułe punkty, w których możliwe są różne wybory, są powiązane drugą zasadą termodynamiki. Druga zasada termodynamiki powoduje, że przy takim wyborze zmienia się struktura układu, w którym proces się odbywa. Obserwuje się to w wielu bardzo różnych sytuacjach, od np. lasera, przez układy reakcji chemicznych, aż do ewolucji biologicznej. W tym ostatnim przypadku jest to oczywiście tylko opis jakościowy, ale np. dla reakcji Biełousowa–Żabotyńskiego opis taki daje dobre wyniki ilościowe.

Reakcje te, polegające na utlenieniu kwasów nieorganicznych w obecności katalizatorów i utleniaczy, m.in. tlenu z powietrza, składają się z kilkudziesięciu elementarnych reakcji²², co w porównaniu z reakcjami zachodzącymi w żywych układach, jest liczbą niewielką, lecz wystarczającą, by taki układ mógł podążać po różnych „ścieżkach”, by miał zarówno drogi deterministyczne, jak i punkty bifurkacji, możliwość „wyboru”. Zależy to zarówno od warunków zewnętrznych, w jakich reakcje te się przeprowadza, jak i od czynników przypadkowych. Dla przykładu: umieszczony w probówce przezroczysty roztwór dzieli się na kolorowe paski – białe, czerwone, białe, czerwone, białe, czerwone. Powstaje makroskopowa struktura z pierwotnie nieustrukturuwanego układu. Jeżeli reakcja zachodzi na płytkiej szalce, to te struktury mogą być inne (na płaskiej powierzchni dyfuzja tlenu z powietrza jest szybsza, co zmienia przebieg procesu), w jeszcze innych warunkach mogą one oscylować w czasie.

W bardziej skomplikowanych układach reakcji chemicznych często zdarza się, iż powstają produkty reakcji różniące się od siebie strukturą, symetrią albo nawet składem. Mogą też powstawać przestrzenne (i zmieniające się w czasie) większe struktury, w których reakcje biegają w różny sposób (jest to wymuszane przez drugą zasadę termodynamiki, ale to już zupełnie inna opowieść). Struktury takie (tzw. struktury dyssypatywne²³) z kolei mogą rozwijać się i przechodzić w inne, jeszcze bardziej złożone struktury. Powstawanie i rozwój struktur mogą być zaburzone przez różne czynniki zewnętrzne, przypadkowe z punktu widzenia samych reakcji. W ten sposób przypadkowe czynniki (zaburzenia) mogą selekcjonować

²² Tych około 60 reakcji elementarnych potrafimy bardzo dobrze opisać matematycznie, rozwiązać równania, wyznaczyć struktury, punkty przejść, pokazać na wykładzie (sam kiedyś pokazywałem to moim kolegom).

²³ Za termodynamiczną teorię powstawania struktur dyssypatywnych Ilya Prigogine (1917–2003) otrzymał w roku 1977 Nagrodę Nobla w dziedzinie chemii.

(w sposób przypadkowy!) ich pojawianie się. Gdy kilka takich struktur powstanie obok siebie, nie komunikują się one pomiędzy sobą i rozwijają się niezależnie od siebie, poza tym, że „konkurują o pożywienie”, czyli zużywają materiał wyjściowy (reagenty) ze wspólnej puli. Jeśli jednak warunki zewnętrzne nie są symetryczne, np. gdzieś znajdzie się jakaś przeszkoda przestrzenna (lokalne złamanie symetrii warunków brzegowych), może się zdarzyć, że jedna ze struktur zostanie zablokowana – wtedy szanse dalszego rozwoju ma tylko ta druga.

We wspomnianych reakcjach Bielousowa–Żabotyńskiego, jeżeli dotkniemy powierzchni bezbarwnego roztworu ciepłym pręcikiem albo wpadnie tam jakieś ziarenko, np. popiołu, powstaną spiralne fale. W miejscu dotknięcia zawsze się rozwijają dwie, bo musi być zachowana symetria: jedna ze spiral będzie kręciła się w lewo, druga w prawo. Ale wyobraźmy sobie, że na płaskiej powierzchni mamy przeszkodę. W zależności od tego, w którym miejscu dotkniemy i gdzie ten pyłek wpadnie, może stać się tak, że jedna spirala będzie się dobrze rozwijała, natomiast druga napotka na brzeg i nie będzie się mogła rozwijać. Mamy złamaną symetrię, pozostała już tylko struktura na przykład lewoskrętna (czy z czymś nam się to nie kojarzy?).

Bywa też, że gdzieś lokalnie, na skutek przypadkowej fluktuacji np. stężenia, zarodek nowej struktury będzie się przez chwilę rozwijał szybciej niż inne zarodki w pobliżu. Stanie się wtedy „silniejszy”, bardziej stabilny niż pozostali konkurenci i w końcu tych konkurentów „zje”. Te stwierdzenia są dobrze ugruntowane empirycznie dla względnie prostych sytuacji, choćby przy powstawaniu kryształów. W warunkach bardziej złożonych, zwłaszcza w układach wielu reakcji chemicznych sprzężonych ze sobą wzajemnie oraz z procesami transportu (m.in. dyfuzji) materiałów, gdzie występuje wiele różnych możliwości i zatem wiele konkurujących ze sobą możliwych struktur, coraz większą rolę odgrywa przypadek²⁴. Przypuszczamy, choć dokładnych rachunków i dowodów na razie brak, że te właśnie mechanizmy – utraty stabilności „starych” struktur i powstawania z nich struktur nowych przy mniej lub bardziej przypadkowych oddziaływaniach z otoczeniem – stanowią ośnowę procesów ewolucyjnych. Zapewne przypadki tego typu sprawiły, że jesteśmy zbudowani tylko z lewoskrętnych białek albo że rożgwiazdy i jeżowce mają pięciokrotną oś symetrii, a my, podobnie jak i inne kręgowce – tylko jedną płaszczyzną symetrii, a i to tylko zewnętrzną i niezbyt dokładną.

²⁴ Przez przypadek rozumiemy tu, w tym kontekście, niepodległe kontroli zaburzenia zewnętrzne niezależne od procesu, a więc wpływające na proces zjawiska niekonieczne, przygodne.

W dodatku w skomplikowanych układach nieliniowych mała zmiana w jednym miejscu może wywołać zupełnie nieobliczalne skutki w zupełnie innym miejscu. Weszło to zresztą do popularnego języka jako tzw. efekt motyla. Rola przypadku w wyborze danej struktury jest zasadnicza. Nie sposób wszak przewidzieć, która z istniejących potencjalnie ścieżek zostanie wybrana. Nic dziwnego, że wygląd różnych gatunków, różnych osobników jest tak zróżnicowany i nieprzewidywalny *a priori*. Na tym polega, z punktu widzenia fizyka, rola przypadku w procesach fizycznych, chemicznych, ewolucyjnych.

Wspomniałem wyżej o oporze, z jakim spotkał się Monod, podkreślając rolę przypadku w ewolucji. Dziś coraz częściej biologowie skłaniają się do tego punktu widzenia. O niekonieczności, przypadkowości form i funkcji w świecie ożywionym pisze np. Jacob²⁵. W Polsce ten pogląd reprezentuje od dawna np. Kunicki-Goldfinger²⁶. Szczegółową dyskusję – wraz z wieloma przykładami – gry pomiędzy zbiorem reguł (praw) i przypadku, m.in. w ewolucji, podają M. Eigen i R. Winkler²⁷. Dla równowagi trzeba też wspomnieć Peacocke'a, który lekceważy wpływ przypadku, podkreślając rolę „praw przyrody”²⁸.

Dlaczego można trudne do dokładnego opisu oddziaływanie między „sąsiednimi” procesami dynamicznymi zastąpić akurat przez względnie prosty proces stochastyczny, przez szum? Stara, klasyczna odpowiedź, związana z próbami „wyjaśnienia”, skąd się wzięła termodynamika, a w szczególności jej druga zasada, odpowiedź zresztą w większości podręczników obecna do dziś, zrzuca wszystko na nieznaną i nie-emożność kontroli warunków początkowych.

Rola warunków początkowych

Problem, czy mechanika (klasyczna) dopuszcza w ogóle pojęcie prawdopodobieństwa, był (jest ciągle) chętnie „rozwiązywany” przez podkreślanie roli warunków początkowych procesu.

Poszedłem kiedyś na seminarium, na którym matematyk opowiadał o powstawaniu rozkładów losowych (normalnych!) z wyników rzutów kostką lub monetą. Dynamika ruchu takich obiektów rozciągniętych (nawet w próżni, nawet

²⁵ F. Jacob, *Gra możliwości*, tłum. M. Kunicki-Goldfinger, PIW, Warszawa 1987.

²⁶ W.J.H. Kunicki-Goldfinger, *Znikąd do nikąd*, PIW, Warszawa 1993.

²⁷ M. Eigen, R. Winkler, *Gra. Prawa natury sterują przypadkiem*, tłum. K. Wolicki, PIW, Warszawa 1983.

²⁸ A.R. Peacocke, *Teologia i nauki przyrodnicze*, III. 3, tłum. L.M. Sokołowski, „Znak”, Kraków 1991.

tylko w polu jednorodnym) jest dosyć skomplikowana – obroty! – co, jak matematyk ów przyznał, było dla niego zaskoczeniem, a przewidzenie stanu kostki (monety) w momencie zetknięcia z podłożem jest bardzo trudne, gdyż zależy krytycznie od warunków początkowych. Mottem referatu – co jest warte podkreślenia – była cytowana wyżej opinia Leukipa, iż wszystko dzieje się z konieczności. W całym rozumowaniu wyraźnie było widać milczące założenie, że gdybyśmy tylko umieli wystarczająco dobrze powtórzyć warunki początkowe, na przykład konstruując odpowiednio precyzyjną maszynę do rzucania kostki (i do równie precyzyjnego jej łapania, bez „przypadkowych” odbić), wynik końcowy otrzymalibyśmy taki sam.

Innymi słowy, według tej szkoły myślenia pojawianie się rozkładów przypadkowych jest tylko przeniesieniem przypadkowego rozkładu warunków początkowych na stan końcowy procesu. Czy ma to sens, a przede wszystkim, czy jest to wyjaśnienie wystarczające, zarówno *de iure*, jak i *de facto*? Myślę, że odpowiedź jest niejednoznaczna.

Na pierwszy rzut oka wydaje się, że wygląda to rozsądnie. Przy pewnych określonych warunkach brzegowych – upadek na miękkie podłoże uniemożliwiający odbicia itp. – wynik powinien być ten sam, przynajmniej dla obiektu klasycznego („kwantowa kostka”, np. spin, zapewne zachowywałaby się inaczej). Ale czy to wystarcza?

Po pierwsze, jest to *regressus ad infinitum*: wystarczy zapytać, skąd w takim razie wziął się rozkład losowy warunków początkowych? Po drugie, rozważmy ową wystarczająco precyzyjną maszynę do rzucania – co będzie, gdy zaczniemy ją „psuć”? Skąd teraz się weźmie niepowtarzalność wyników? To znaczy, skąd się weźmie „wystarczająco duża” zmiana warunków początkowych? Co spowoduje, że przy kolejnych rzutach jakiś parametr będzie miał nieco inną wartość (np. jakiś element maszyny będzie miał nieco inną pozycję)? Albo wprowadzimy jakiś dodatkowy algorytm powodujący owe zmiany wartości – ale wtedy ingerujemy w mechanikę! – albo zrzucimy „winę” na „zawsze obecny” szum termiczny. To ostatnie znowu brzmi rozsądnie – ale skąd się bierze szum termiczny? Dlaczego ma rozkład normalny?

W rzeczywistości szum termiczny jest efektem chaotycznych zderzeń, np. cząstek powietrza, więc dyfuzyjny charakter ruchów Browna jest wynikiem chaotycznych oddziaływań (zderzeń) cząstki Browna z cząsteczkami środowiska. Z kolei ruch kostki w rzeczywistym procesie też jest częściowo chaotyczny: gdy kostka odbija się od twardej powierzchni stołu, odbicia są chaotyczne, gdyż krawędź kostki ma krzywiznę dodatnią (częściowy izomorfizm z bilardem Sinaia). Jeszcze lepiej widać efekt trajektorii chaotycznych w ruletce, gdzie wynik końcowy zależy przede wszystkim od odbić kulki (cała kulka ma krzywiznę dodatnią!) od twardych kra-

wędzi różnych elementów ruletki, a ruch balistyczny kulki odgrywa niewielką rolę.

Niejednoznaczność odpowiedzi polega zatem – moim zdaniem – na tym, iż w pojawianiu się rozkładów losowych (co umożliwia korzystanie z metod termodynamiki i fizyki statystycznej) warunki początkowe (i brzegowe) mają swój udział, ale dokładniejsza analiza prowadzi do wniosku, że jednak za wszystkimi tymi udziałami kryją się gdzieś, czy to blisko powierzchni procesu (ruletka), czy też schowane głębiej, np. w tzw. szumach termicznych, trajektorie (procesy) chaotyczne. Powiem tu tylko, że większość procesów nieliniowych jest przynajmniej częściowo chaotyczna, co powoduje, że ich wpływ może być dobrze reprezentowany przez rozkłady losowe.

CHAOS

Ante mare et terras et quod tegit omnia caelum
 unus erat toto naturae vultus in orbe,
 quem dixere chaos: rudis indigestaque moles
 nec quicquam nisi pondus iners congestaque eodem
 non bene iunctarum discordia semina rerum.

Owidiusz, *Metamorfozy*, I 5–9

Ἐν ἀρχῇ ἦν ὁ λόγος

J 1,1

Czy na początku był chaos (= nieporządek), czy logos (= porządek)?
 A może jedno i drugie? Jak to widzą matematyka i fizyka?



„idzie halny...” (porządek? chaos? przypadek?)

Tu mała dygresja archaiczna: Owidiusz to już późne czasy. Pojęcia – terminy – „logos”, „kosmos”, „chaos” występują już w najwcześniejszej myśli greckiej. Nie należy jednak podkładać pod nie znaczeń dzisiejszych, a także znaczeń, jakie mają u św. Jana, w neoplatonizmie, a nawet u Platona²⁹, tym bardziej zaś u Owidiusza³⁰. We wczesnej myśli greckiej chaos nie był bezkształtną siłą – jeszcze dla Heraklita Chaos to potężne pierwotne bóstwo, to jedna z podstawowych zasad organizujących Świat, przeciwstawna Kosmosowi i Logo-sowi, i może potężniejsza od nich. Te ostatnie zresztą też rozumiano wtedy inaczej, niż my dzisiaj je rozumiemy, a także inaczej niż np. Jan. Później zaczęto rozumieć chaos – jak u Owidiusza – jako przeciwieństwo (brak) porządku, kosmosu, zatem – jako coś „złego”. W potocznej mowie dotrwało to do dziś. Warto może wspomnieć, że w epoce hellenistycznej, wraz z pojawieniem się gnozy nastąpiło przewartościowanie tych pojęć: to Kosmos (świat, kreujące go bóstwo) jest czymś złym³¹. To już inna historia, o której wspominam dla kompletności wywodu jedynie. Dziś, w fizyce, wraca niejako – przetworzone – rozumienie chaosu jako czegoś (bytu?) mającego wewnętrzny porządek. O tym niżej.

²⁹ „Bóg (...) ujął cały zasób rzeczy widzialnych, które nie były w stanie pokoju lecz w bezładnym i chaotycznym ruchu, i wyprowadził je z nieporządku do porządku” (*Timaios*, III.30a).

³⁰ Podaję to na podstawie moich rozmów i konsultacji z filozofami, filologami i z historykami starożytności, zwłaszcza z prof. Marią Dzielską, dr Aleksandrą Klęczar i moją córką Agnieszką.

³¹ L.H. Martin, *Hellenistic Religions*, Oxford University Press, Oxford 1987.

Z kolei współczesny filozof³² pisał (co prawda ponad dwadzieścia lat temu): „przejawy matematyczności przyrody są tym bardziej zagadkowe, iż niektóre pozornie proste procesy fizyczne takie, jak ruch liści niesionych przez wiatr czy układ piany na powierzchni płynu, wymykają się próbom opisu matematycznego”. Otóż to ostatnie jest prawdą tylko w najprostszym sensie – że pojedyncza trajektoria liścia na wietrze jest nieprzewidywalna (poznawczo) z dwu powodów: niestabilności ruchu i istnienia niekontrolowanych zaburzeń zewnętrznych (szumu). W innym – szerszym – rozumieniu chaos jest opisywalny, tyle że na innym poziomie, zaś prawa ruchu są deterministyczne (ontycznie).

Przez chaos (deterministyczny) rozumiemy obecnie proces absolutnie niestabilny: dwie dowolnie bliskie sobie (w jakiejś chwili czasu) trajektorie w przestrzeni fazowej³³ są rozbieżne wykładniczo³⁴. Oznacza to, iż startując z dwu dowolnie bliskich stanów układu (miejsc w przestrzeni fazowej), dojdziemy – po niezbyt długim czasie – do dwu stanów (miejsc) dowolnie odległych od siebie. Innymi słowy, mając ograniczoną wiedzę o stanie układu (np. pogody) w danej chwili, nie potrafimy przewidzieć (wyliczyć), jaki będzie stan układu po jakimś – na ogół niezbyt długim – upływie czasu, a błąd przewidywania narasta wykładniczo.

Okres, w którym przewidywania mają jeszcze jaki taki sens, nazywa się horyzontem przewidywalności. Dla pogody teoretyczny horyzont wynosi około dwu tygodni, praktyczny – parę dni. Wykładniczy wzrost błędu oznacza, że poprawa znajomości stanu początkowego – np. zwiększenie liczby stacji meteorologicznych – wydłuża horyzont przewidywalności tylko nieznacznie.

Ongiś sądzono, iż tylko duże siły mogą wywołać duże skutki. Teoria chaosu, a także obserwacje empiryczne pokazują, że nie jest to prawdą – w odpowiednich warunkach mały bodziec może wywołać wielkie i na ogół nieprzewidywalne zmiany nieraz w odległych i znowu nieprzewidywalnych miejscach. Zjawisko to w języku potocznym określane jest jako efekt motyla. Natykamy się w przyrodzie na podstawową niepewność dotyczącą przyszłości. Warto dodać, że niepewność ta nie jest rezultatem kolejnej niedoskonałej „naukowej teorii”, będącej kolejnym przybliżeniem do „prawdy” – jest to ścisła, matematyczna konsekwencja mechaniki, a więc teorii, która ma za sobą kilkaset lat potwierdzeń empirycznych.

³² J. Życiński, *Teizm i filozofia analityczna*, Znak, Kraków 1985, s. 190.

³³ Przestrzeń fazową i trajektorie można uważać – z pewnym przymrużeniem oka – za umowne graficzne przedstawienie zachowania się układu, które inaczej byłoby zbyt trudne do wyobrażenia.

³⁴ Formalnie istnieje co najmniej jeden dodatni wykładnik Lapunowa.

Proces chaotyczny i proces losowy wyglądają podobnie. Istnieją duże trudności w rozróżnieniu, czy dana trajektoria jest chaotyczna, czy losowa, gdy napotykamy – np. w pomiarach – nieregularną serię danych i chcemy stwierdzić, czy jest ona przypadkowym zbiorem liczb, czy też odzwierciedla jakiś proces chaotyczny. Czy zatem są tym samym? Okazuje się, iż nie – mają różną strukturę matematyczną. Chaos makroskopowy jest matematyzowalny inaczej niż proces losowy. Dla tego ostatniego możemy podać tylko rozkłady prawdopodobieństwa, wartości średnie, korelacje, określić typ (np. proces Markowa, dyfuzyjny, gaussowski itd.), ale nie możemy podać jego trajektorii, jesteśmy w stanie co najwyżej podać prawdopodobieństwo kolejnej wartości³⁵. Natomiast trajektorię chaotyczną możemy wyznaczyć dokładnie, znając równania ruchu i warunki początkowe.

Na przykład w tzw. łańcuchu Markowa znajomość wartości poprzedniej x_n nie ma żadnego wpływu na wartość następną x_{n+1} , a np. w odwzorowaniu logistycznym (z całkowicie rozwiniętym chaosem, rysunek poniżej) wartości te są ściśle ze sobą związane równaniem ruchu, w tym przypadku formułą $x_{n+1} = 4x_n(1-x_n)$, $x_n \in (0,1)$.

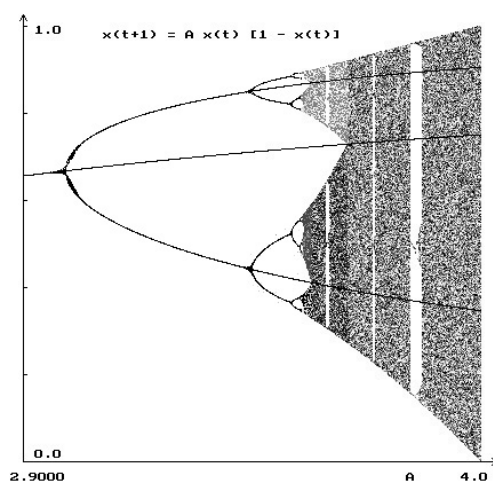
Tym, co powoduje nieprzewidywalność, jest – z jednej strony – nieznaną tych ostatnich z wystarczającą dokładnością, z drugiej – nieunikniony błąd rachunkowy (błąd zaokrągleń) w jakichkolwiek realnych rachunkach. Niemniej jednak jeśli za każdym razem (w każdej realizacji, np. w komputerze) błędy będą identyczne, otrzymamy powtarzalność.

Wynika to stąd, że jak wspomniałem, wszystkie procesy chaotyczne są opisywane równaniami deterministycznymi (stąd nazwa „chaos deterministyczny”), czyli takimi, których rozwiązania są jednoznaczne, tyle tylko, że niektóre z tych rozwiązań – trajektorii – są bardzo czułe na to, gdzie dokładnie się zaczynają (jakie są tzw. warunki brzegowe) – w takich sytuacjach drobny błąd, drobne zaburzenie, ma tendencje do szybkiego narastania. (Dodajmy jednak, że dokładnie znane zaburzenie zmieni trajektorię również w całkowicie określony, przewidywalny (deterministyczny) sposób. Nieprzewidywalność mamy wtedy, gdy takie zaburzenie nie jest znane dokładnie). Te właśnie trajektorie nazywamy chaotycznymi. Kłopot w tym, że dla trajektorii chaotycznych nie istnieją rozwiązania analityczne. Analityczne wyniki można uzyskać tylko dla charakterystyk, takich jak na przykład punkty bifurkacji, liczby Feigenbauma, wymiary fraktalne itp. Można też ściśle określić, czy już mamy do czynienia z ruchem chaotycznym, czy nie, choć nie jest to zbyt łatwe i proste – na przykład poklasyfikowanie i opis wszystkich „sposo-

³⁵ Dokładniej, można stwierdzić, czy proces jest uporczywy (*persistent*), antyuporczywy czy obojętny.

bów spadania liścia” (chaotycznych i niechaotycznych) udało się dopiero kilka lat temu. Uwaga: nie wszystko, co „chaotyczne” i deterministyczne, spełnia warunki matematyczne definiujące chaos deterministyczny – na przykład nie jest jasne, czy warunki takie spełnia turbulencja. Z kolei „chaotyczności” giełdy nie ma jak zbadać ze względu na nieznaną naturę („równań ruchu”) nią rządzących. Można natomiast zbadać własności stochastyczne (losowe) ciągów zmian kursów giełdowych. Wydaje się, że takie zmiany nie są czysto losowe, lecz istnieje w nich jakiś element deterministyczny.

Jak powstaje chaos? Teoria pokazuje, że po drodze do stanu chaotycznego układ przechodzi przez różne stany uporządkowane (przewidywalne). Stany takie składają się z tzw. orbit (względnie prostych fragmentów) – niektóre z tych orbit są stabilne, inne niestabilne (orbitą niestabilną może np. być pokazany na rysunku poniżej dwucykl wewnętrzny stabilnego czterocyklu). Trajektoriami, którymi podąża układ, są oczywiście wyłącznie orbity stabilne (jeśli istnieją). W miarę zbliżania się do chaosu liczba orbit wzrasta, a stan (ruch) staje się coraz bardziej złożony. W stanie chaotycznym liczba orbit dąży do nieskończoności (przynajmniej na papierze...), a wszystkie orbity stają się niestabilne, wobec czego układ łatwo może między nimi przeskakiwać. Pokazano, iż fakt ten można wykorzystać do sterowania chaotycznym zachowaniem się układu – trudno skłonić układ do przejścia z jednej stabilnej orbity na inną, potrzebna jest na to dosyć silna ingerencja (duża energia). Natomiast przejście pomiędzy orbitami niestabilnymi, gdy nie ma w pobliżu żadnego stabilnego stanu, wymaga tylko nieznacznej ingerencji z zewnątrz.



Najczęściej występujący (jeden z trzech znanych) scenariusz powstawania chaosu. Czarne przedłużenia linii poza punkty bifurkacji to obecne w przestrzeni fazowej orbity niestabilne, nierealizowane w rzeczywistości.

Wyobrazić to można sobie na przykład tak: w górach, gdy idziemy wąską doliną ograniczoną stromymi zboczami, dolina wymusza na nas kierunek ruchu, a zmiana kierunku wymaga przejścia przez grzbiet (grań) do innej doliny, co jest związane z dużym wysiłkiem. Natomiast na płaskiej prerii zmienić kierunek jest banalnie prosto. Co ciekawe, można wykorzystać techniki stabilizacji chaosu do stabilizacji niestabilnych orbit w zakresie dynamiki niechaotycznej (regularnej), co umożliwia zastosowanie tych technik np. do tłumienia patologicznych rytmów serca³⁶.

Jedną z implikacji: w wielu dziedzinach, zwłaszcza w ekonomii, w naukach społecznych itd. mówi się nieraz, że niepowodzenia w przewidywaniu przyszłych sytuacji są spowodowane niedostateczną znajomością stanu obecnego, bo na przykład zabrakło pieniędzy albo mocy obliczeniowych na dokładniejsze zbadanie stanu gospodarki, poglądów społecznych itp., ale gdybyśmy tylko mogli lepiej ten stan czy te poglądy zmierzyć... (Miłoszowe „gdybyśmy lepiej i mądrzej patrzyli”). Otóż nie – wiemy już, że na ogół to nie wystarczy: istnieją sytuacje, które są po prostu chaotyczne, nieprzewidywalne. Z kolei jedna z konsekwencji: z tego też powodu próby urządzania świata podług prostych modeli („walka klas”, „niewidzialna ręka rynku”, wszelkie ideologie oraz -izmy itp.) skazane są na niepowodzenie.

PRZEJŚCIE DO PRZYPADKU



Fizycy mówią na przykład o chaosie molekularnym panującym wśród, powiedzmy, cząsteczek gazu w stanie równowagi. W tym znaczeniu chaos to przypadkowe rozmieszczenie położenia poszczególnych cząsteczek oraz przypadkowe wartości ich pędów (prędkości). Te przypad-

³⁶ D.J. Christini, J.J. Collins, „Physical Review” E 52, 5906 (1995); 53, R49 (1996).

kowe wartości przypisane do pojedynczej cząsteczki są jednak statystycznie rozłożone zgodnie z prostymi prawami liczb losowych, podobnie jak np. rozkład poszczególnych opadłych liści na powierzchni trawnika. Jednakże, jak powiedzieliśmy wyżej, ten rozkład jest efektem chaotycznego ruchu poszczególnych liści. Podobnie rozkłady przypadkowych wartości prędkości i położeń poszczególnych cząstek wynikają z istnienia chaotycznych fragmentów trajektorii i chaotycznych zderzeń pomiędzy cząsteczkami gazu. Można sądzić, że jest to regułą: wszystkie „przypadkowe” ciągi i rozkłady zdarzeń są wynikiem ruchów chaotycznych. Dla „prostych procesów” – odbicia kostek do gry, kulki w ruletce, niektóre ruchy (zderzenia) między molekułami – można to ściśle udowodnić. Dla innych, bardziej skomplikowanych procesów, jak te generujące szum termiczny (np. w radiodbiornikach, telewizorach), szum promieniowania reliktowego Kosmosu, ścisłych dowodów (jeszcze) nie ma, ale są przesłanki, by myśleć, iż jest podobnie.

Przechodząc od opisu procesu chaotycznego do opisu stochastycznego, tracimy (gubimy) dużą część złożoności procesu chaotycznego, w zamian za to zyskując na prostocie opisu. Obliczenie trajektorii ruchu chaotycznego i wynikających z nich rozkładów, np. miejsc upadku liści, byłoby niezwykle trudne technicznie, mimo iż znamy dokładnie wszystkie równania rządzące takimi ruchami. A użycie rozkładu statystycznego (np. normalnego, płaskiego lub innych, w zależności od potrzeby) jest w miarę proste. Zauważono to już ponad sto lat temu: Bachelier opisał w ten sposób ruchy cen na giełdzie paryskiej, Smoluchowski i Langevin (każdy z nich na inny sposób) – ruchy Browna (wynik zderzeń pyłku zawieszonego w wodzie z cząsteczkami wody)³⁷. W ten sposób powstała później matematyczna teoria procesów stochastycznych (Kołmogorow).

Dotychczas mówiliśmy o ruchach (procesach) opisywanych (dostatecznie dokładnie) przez mechanikę klasyczną. Jak to jest w przypadku procesów kwantowych? Mechanika kwantowa używa innego języka, w szczególności pojęcie trajektorii ruchu traci jasny sens. Tłumaczyć w tym miejscu wszystkie niuanse byłoby bezprzedmiotowe. Wystarczy powiedzieć, że zamiast mówić o zmianach stanu układu w czasie, przyjęło się mówić o dopuszczalnych wartościach energii (poziomach energetycznych) układu. Okazuje się, że w sytuacjach, w których klasyczny układ podążałby trajektorią chaotyczną (całkowicie niestabil-

³⁷ Lukrecjusz, *De rerum natura* II, 112–141 (zob. też L. Russo, *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, tłum. I. Kania, Universitas, Kraków 2005) opisuje bezładny ruch drobinki kurzu, i zwraca uwagę na bezładny i szybki ruch atomów jako ostateczną przyczynę charakteru tego ruchu. Botanik Brown podał – w XIX wieku! – „wyjaśnienie” witalistyczne tego zjawiska...

na), jego kwantowy odpowiednik będzie scharakteryzowany rozkładem poziomów energii, który można bardzo dokładnie opisać tzw. macierzami przypadkowymi, a opis taki jest uniwersalny, podobnie jak typowe klasyczne rozkłady prawdopodobieństwa. Zatem i w sytuacji kwantowej „efektem chaosu jest przypadek”. Pojawia się tu od razu pytanie o pochodzenie rozkładów przypadkowych w procesach rozpadu promieniotwórczego – czy i w tych zjawiskach mamy do czynienia z jakimiś wewnątrzjądrowymi procesami chaotycznymi³⁸?

Warto tu wspomnieć o istnieniu poglądu, iż tak zwany indeterminizm kwantowo-mechaniczny reprezentuje rodzaj nieredukowalnego braku praw³⁹. Czy oznaczałoby to, że wspomniane na początku tego tekstu zjawiska przypadkowe jako „zjawiska bez przyczyny” mogłyby być realizowane w procesach kwantowych?

*

*

*

Kilkakrotnie użyłem określeń „przyczyna” i „skutek”, wspominając jednak, iż w fizyce jako takiej (w mechanice) w zasadzie nie ma łańcuchów przyczynowo-skutkowych, co najwyżej można mówić o ciągach skorelowanych zdarzeń (por. przypis 11).

Wprawdzie często powołuje się – zwłaszcza w podręcznikach fizyki – na zasadę przyczynowości, by odrzucić niewygodne rozwiązania równań mechaniki, lecz odrzucenie takie, czyli przyjęcie zasady przyczynowości, jest równoważne zadaniu dodatkowego (zewnętrznego wobec równań mechaniki) warunku określającego kierunek upływu czasu. Prawa mechaniki są symetryczne wobec odwrócenia kierunku czasu⁴⁰, trajektorie są zadane w całej swej długości (i „w przód”, i „w tył” w czasie) przez zadanie jednego tylko punktu na trajektorii (warunku „początkowego” lub „końcowego”), więc pojęcia przyczyny i skutku są w mechanice wymienne, równie dobrze można by mówić o zasadzie celowości, co brzmi dziś jak herezja. Odrzucenie „niewłaściwej” połowy rozwiązań równań ruchu zastępuje – być może – jakieś nieznane obecnie prawo fizyki, związane z równie nieznaną zasadą kosmologiczną (niektórzy „zrzucają winę” na nie-

³⁸ O wewnątrzjądrowych procesach chaotycznych por. np. W.J. Świątecki, „Postępy Fizyki” 43, 507 (1992); H.A. Weidenmuller, G.E. Mitchell, *Random matrices and chaos in nuclear physics*, Rev. Mod. Phys. 81, (2009).

³⁹ Por. D. Bohm, *Ukryty porządek*, 4. 4, tłum. M. Tempczyk, Pusty Obłok, Warszawa 1988.

⁴⁰ Wraz z odwróceniem kilku innych symetrii, przede wszystkim z odwróceniem kierunku ruchu.

istniejącą kwantową teorię grawitacji) itp. lub będące uogólnieniem (znanej) drugiej zasady termodynamiki, lecz obecnie są to tylko spekulacje.

Mówienie o przyczynach i skutkach jest więc tylko co najwyżej pewnym wygodnym sposobem opisu. Główną tezą tego tekstu jest stwierdzenie, że w fizyce nie ma również niczego takiego jak przypadek, że mówienie o procesach losowych czy rozkładach losowych jest też tylko wygodnym sposobem opisu. Z jednym istotnym zastrzeżeniem: tak jest, gdy mówimy wyłącznie o procesach fizycznych, rządzonych przez prawa fizyki (natury?). Jeśli wykraczamy poza fizykę, gdy włączamy do opisu działalność świadomości, świadomych podmiotów (np. twórczość!), w szczególności jeśli przyjmujemy (zakładamy), po pierwsze, istnienie wolnej woli, a po drugie, istnienie – w czasie ukierunkowanym od przeszłości do przyszłości – świadomości, wówczas zarówno mówienie o przyczynach i skutkach, jak i o zjawiskach z punktu widzenia fizyki naprawdę przypadkowych (to znaczy niemających „przyczyn” fizycznych⁴¹) zyskuje dobrze określony sens.

Zatem czy to, co z punktu widzenia podmiotu podejmującego jakąś (przynajmniej częściowo swobodną) decyzję jest jego wyborem, zapoczątkowującym jakąś nową ścieżkę (częściowo) deterministyczną, czyli jest przyczyną kolejnych zdarzeń na tej ścieżce, i tak samo jest postrzegane przez inne podmioty, dla świata fizycznego jest właśnie czynnikiem prawdziwie przypadkowym, nieredukowalnym do procesów mechanicznych? Powracamy do punktu wyjścia: Czy świat fizyczny może działać co najwyżej tylko chaotycznie, lecz nie losowo (nawet jeśli takie działania mogą mieć pozór przypadku), a element prawdziwie, nieredukowalnie losowy (to znaczy niewynikający wyłącznie z „praw przyrody”) wprowadzają w świat fizyczny tylko podmioty dysponujące, choćby i w ograniczonej mierze, wolnością wyboru? Paradoksalnie zaś z naszego punktu widzenia owe wybory nie są przypadkowe, lecz zamierzone (celowe)? Dalej: Czy podmiotami takimi są tylko byty obdarzone samoświadomością? Czy na przykład zwierzęta mają taką własność choćby w najmniejszym, lecz niezerowym stopniu? Co zatem i dlaczego w świecie postrzeganym jest deterministyczne, co celowe, a co losowe?

Na marginesie determinizmu: miał on być matematyczną (czy też logiczną), a więc nieuchronną konsekwencją obrazu świata rządzonego mechaniką Newtona. Tymczasem taką matematyczną konsekwencją mechaniki klasycznej jest istnienie chaosu. Determinizm poznawczy (to, co obserwujemy w świecie) nie jest zatem

⁴¹ Zamiast mówić „zjawisko bez przyczyny” (fizycznej) powinno się raczej mówić o zjawisku nie wynikającym z żadnego prawa fizycznego.

konsekwencją nawet w pełni deterministycznej mechaniki. Świat, który w zasadzie byłby maszyną, nie przejawiałby się jako taki: „maszyna świata” (by trzymać się tej metafory) nie jest prosta, jej zachowanie się jest podatne na działanie bardzo nieraz drobnych sił, czy to przypadkowych, czy wprowadzanych celowo, myślą ludzką. Można więc zasadnie wątpić, czy tylko „byt kształtuje świadomość”, czy aby nie bywa i odwrotnie.

Zatem: przypadek, chaos czy porządek (logos)? Czy przypadek to uproszczony, powierzchowny obraz chaosu, pod chaosem w głębi zaś jest porządek – logos, rozumiany jako najgłębsza (ostateczna) struktura świata fizycznego? I czy to matematyka plus logika jest tą ostateczną strukturą, czy istnieje coś jeszcze ogólniejszego?